

MODELO DE FISURACION. APLICACION A ESTRUCTURAS AXISIMETRICAS DE HORMIGON ARMADO.

Molina Ruiz, J.; Cerrolaza Rivas, M.*; Alarcón Alvarez, E.

- Dep. Mecánica Estructural y Construcciones Industriales.
E.T.S.I. Industriales
José Gutiérrez Abascal, 2
Universidad Politécnica de Madrid
28006 MADRID

* - Inst. de Materiales y Modelos Estructurales
P.O. 50361
Universidad Central de Venezuela
CARACAS (Venezuela)

Resumen.- El comportamiento mecánico del hormigón sigue siendo un problema no resuelto en cuanto a la modelización según las teorías de la mecánica del continuo, a pesar de tratarse de un material ampliamente extendido en su uso. Una de las facetas más características de su comportamiento, la fisuración, representa tal vez el aspecto más difícil de tratar en los modelos bi y tridimensionales.

En este artículo se describe un modelo propuesto de comportamiento [1] que salva el compromiso entre complejidad y aplicabilidad: La fisuración es considerada como un deterioro del material -daño, tal vez- y su orientación no es registrada en la historia; al igual que ocurre en la Teoría de la Plasticidad, existe un trabajo de fisuración que sirve para medir el deterioro existente. El modelo es además compatible con la plasticidad como tal, típica del comportamiento a compresión del hormigón.

Dicho modelo, junto con una versión modificada del método de longitud de arco para resolución de problemas no lineales, es implementado y utilizado para la resolución de algunos ejemplos.

1. MODELO ELASTO-FISURABLE

En los modelos de fisura difusa [2] la fisuración se entiende como un fenómeno continuo y cuando se implementan - en el M.E.F. la zona fisurada se extiende al área o volumen de integración de un punto de Gauss como mínimo. Una vez satisfecho el criterio de fisuración - (criterio de tensión o deformación principal máxima) en el punto en cuestión, se anota la dirección de fisuración y según su normal se adopta un diagrama tensión-deformación de fisura (ver fig. 1)

Abstract.- The mechanical behavior of concrete is still a non-solved problem about its modelization within continuum mechanics theories, even though it is a widely used material. Cracking is perhaps one of the most difficult aspects of its behavior in bi a three-dimensional models.

In this paper it is described a proposed model of behavior [1] not too simple not too out of application: cracking is considered as a damage in the material and its orientation is not recorded in the history; like in Theory of Plasticity, there is a cracking work that is a measure of damage. Even more the model is compatible with real plasticity, as it appears in the compression behavior of concrete.

This model and a modified version of the arc-length method for the resolution of non-linear problems are implemented and used for the solution of some examples.

en los siguientes estados de carga. El área de dicho diagrama de reblandecimiento por deformación se define como

$$g_f = \frac{G_f}{l_c} \quad (1)$$

donde

$$G_f = \int \sigma \, d\epsilon$$

es la energía de fractura por unidad de área (integral del trabajo de la tensión

durante la apertura de la fisura) [3] y l_c es una longitud característica o ancho de fisura que se relaciona con el área o volumen de integración (A o V) y la forma del elemento en el M.E.F. Generalmente, se toma

$$l_c = A^{1/2} \quad \delta \quad l_c = V^{1/3}$$

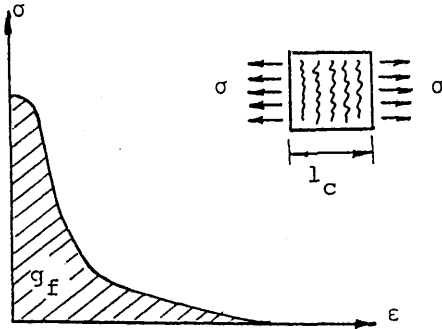


Fig. 1.- Diagrama de reblandecimiento por deformación en el modelo de fisura difusa.

Interpretando la fisuración como un fenómeno plástico, se supone que la deformación total se puede descomponer en una parte elástica y otra de fisuración

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^c \quad (2)$$

relacionándose la deformación elástica con la tensión a través de la matriz elástica D , según

$$d\sigma = D d\epsilon^e \quad (3)$$

Es preciso, además, definir los siguientes conceptos respecto a la deformación de fisura:

- criterio de fisuración.
- regla de fisuración.
- ley de reblandecimiento por fisuración.

por analogía con criterio de plastificación, regla de plastificación y ley de endurecimiento por deformación, respectivamente.

Como criterio de fisuración se puede elegir el criterio de la tensión principal máxima positiva [4], que suponiendo endurecimiento isótropo se escribirá:

$$F_c(\sigma, \bar{\epsilon}^c) = f_c(\sigma) - \sigma^c(\bar{\epsilon}^c) = 0 \quad (4)$$

donde

$f_c(\sigma)$ = función de fisuración ($= \sigma_I$).

σ^c = tensión límite de fisuración ($= f_t$ inicialmente).

$\bar{\epsilon}^c$ = deformación equivalente de fisu-

ración.

definiéndose

$$d\bar{\epsilon}^c = \frac{\sigma^T d\epsilon^c}{\sigma^c} \quad (5)$$

Obsérvese que existe una relación biunívoca entre el parámetro de reblandecimiento $\bar{\epsilon}^c$ y el trabajo de fisuración definido por:

$$dW^c = \sigma^T d\epsilon^c \quad (6)$$

puesto que si se adopta $\sigma^c = \sigma^c(W^c)$, se tiene según (5) y (6):

$$d\bar{\epsilon}^c = \frac{dW^c}{\sigma^c(W^c)}$$

A partir del criterio de fisuración (4) se puede obtener el equivalente a la relación de consistencia de Prager:

$$\left(\frac{\partial f_c}{\partial \sigma}\right)^T d\sigma = \frac{\partial \sigma^c}{\partial \bar{\epsilon}^c} d\bar{\epsilon}^c \quad (7)$$

La regla de fisuración, por analogía con la Teoría de la Plasticidad Asociada, será:

$$d\epsilon^c = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma} d\lambda \quad (8)$$

donde λ , el multiplicador de fisuración, se iguala salvo una constante a la deformación equivalente de fisuración cuando $f_c(\sigma)$ es una función homogénea de grado 1, es decir,

$$d\lambda = d\bar{\epsilon}^c \quad (9)$$

Por último, la ley de reblandecimiento por fisuración se conoce a través del módulo de fisuración:

$$H_c' = \frac{d\sigma^c}{d\bar{\epsilon}^c} \quad (10)$$

que se puede obtener de diagramas experimentales como el de la figura 1.

Ahora es posible obtener la relación tensión-deformación total de la misma forma que se hace en plasticidad. Para ello se introducirá por brevedad la notación:

$$a_{\sigma^c} = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma} \quad d_{\sigma^c} = D a_{\sigma^c} \quad (11)$$

y se combinarán (2) y (3) para obtener:

$$d\sigma = D d\epsilon - D d\epsilon^c$$

que sustituyendo (8), (9) y (11) resulta:

$$d\sigma = D d\epsilon - d_{\sigma^c} d\bar{\epsilon}^c \quad (12)$$

Premultiplicando (12) por $(\frac{\partial f_c}{\partial \sigma})^T$ y utilizando (7), (10) y (11) se puede despejar la deformación de fisuración

$$d\bar{\epsilon}^C = (H'_C + a_{\bar{\epsilon}^C}^T d_{\bar{\epsilon}^C})^{-1} d_{\bar{\epsilon}^C}^T d\bar{\epsilon} \quad (13)$$

e introduciendo (13) en (12) se obtiene la relación buscada

$$d\sigma_{\bar{\epsilon}^C} = D_{\bar{\epsilon}^C} d\bar{\epsilon} \quad (14)$$

donde

$$D_{\bar{\epsilon}^C} = D - d_{\bar{\epsilon}^C} (H'_C + a_{\bar{\epsilon}^C}^T d_{\bar{\epsilon}^C})^{-1} d_{\bar{\epsilon}^C}^T \quad (15)$$

La integración de la ecuación (14) dentro de las técnicas del M.E.F. puede realizarse según los métodos habituales en plasticidad (ver referencias [5] y [6]).

En este modelo de fisuración, a diferencia de otros normalmente utilizados ([2], [4]), el deterioro producido por la fisuración es medido por una variable ($\bar{\epsilon}^C$), pero la dirección de formación de la fisura no se mantiene fija.

2. MODELO ELASTO-PLASTO-FISURABLE CON EFECTOS TERMICOS

En este apartado se ampliará el modelo descrito para incorporar en él la plasticidad característica del comportamiento a compresión del hormigón y los efectos térmicos, tanto sobre la producción de deformaciones iniciales como sobre el cambio de las propiedades mecánicas.

Estos efectos térmicos son de especial importancia cuando se estudia el comportamiento estructural ante un accidente en el edificio de contención de una central nuclear [1] o el comportamiento en general de las estructuras de hormigón durante incendios.

En este modelo, la deformación total se descompondrá en:

$$d\bar{\epsilon} = d\bar{\epsilon}^O + d\bar{\epsilon}^e + d\bar{\epsilon}^p + d\bar{\epsilon}^C \quad (16)$$

siendo:

$d\bar{\epsilon}^O$ = diferencial de deformación inicial (dilatación térmica).

$d\bar{\epsilon}^e$ = diferencial de deformación elástica.

$d\bar{\epsilon}^p$ = diferencial de deformación plástica.

$d\bar{\epsilon}^C$ = diferencial de deformación de fisuración.

Utilizando la matriz de flexibilidad $A(T) = D^{-1}(T)$ (función de la temperatura T), el diferencial de deformación

elástica se puede escribir como:

$$d\bar{\epsilon}^e = A_{\bar{\epsilon}^e} d\sigma_{\bar{\epsilon}^e} + dA_{\bar{\epsilon}^e} \sigma_{\bar{\epsilon}^e} \quad (17)$$

Premultiplicando (17) por $D_{\bar{\epsilon}^e}$ se obtiene:

$$d\sigma_{\bar{\epsilon}^e} = D_{\bar{\epsilon}^e} d\bar{\epsilon}^e - D_{\bar{\epsilon}^e} dA_{\bar{\epsilon}^e} \sigma_{\bar{\epsilon}^e}$$

y sustituyendo (16):

$$d\sigma_{\bar{\epsilon}^e} = D_{\bar{\epsilon}^e} d\bar{\epsilon}^O - D_{\bar{\epsilon}^e} d\bar{\epsilon}^p - D_{\bar{\epsilon}^e} d\bar{\epsilon}^C \quad (18)$$

donde

$$d\bar{\epsilon}^O = d\bar{\epsilon} - d\bar{\epsilon}^O - dA_{\bar{\epsilon}^O} \sigma_{\bar{\epsilon}^O}$$

Es este el momento de introducir los criterios de plastificación y fisuración:

$$F_p \equiv f_p(\sigma) - \sigma_p(\bar{\epsilon}^p, T) = 0 \quad (19)$$

$$F_c \equiv f_c(\sigma) - \sigma_c(\bar{\epsilon}^C, T) = 0$$

las reglas de plastificación y fisuración:

$$\begin{aligned} d\bar{\epsilon}^p &= a_{\bar{\epsilon}^p} d\bar{\epsilon}^p; & a_{\bar{\epsilon}^p} &= \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_p} \\ d\bar{\epsilon}^C &= a_{\bar{\epsilon}^C} d\bar{\epsilon}^C; & a_{\bar{\epsilon}^C} &= \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_c} \end{aligned} \quad (20)$$

así como las respectivas leyes de endurecimiento:

$$\begin{aligned} H'_p &= \frac{\partial \sigma_p}{\partial \bar{\epsilon}^p} \\ H'_c &= \frac{\partial \sigma_c}{\partial \bar{\epsilon}^C} \end{aligned} \quad (21)$$

siendo $\bar{\epsilon}^p$ y $\bar{\epsilon}^C$ las deformaciones equivalentes plástica y de fisuración, respectivamente.

Respecto a la elección de los criterios (19), para la fisuración se adoptará el criterio de la máxima tensión principal de tracción (como en el modelo elasto-fisurable) y para la plasticidad el criterio de Von-Mises. Esta parece ser una aproximación razonable a la realidad en la que la sección de la superficie de fallo del hormigón según el plano desviador presenta una forma triangular en la zona de tracción para ir regularizándose hacia una circunferencia de radio constante en la zona de compresión [4] (ver fig. 2). La elección de los citados criterios permite concentrar los efectos térmicos sólo sobre los términos del límite plástico σ^p y el límite de fisuración σ^c , tal y como se hace en (19).

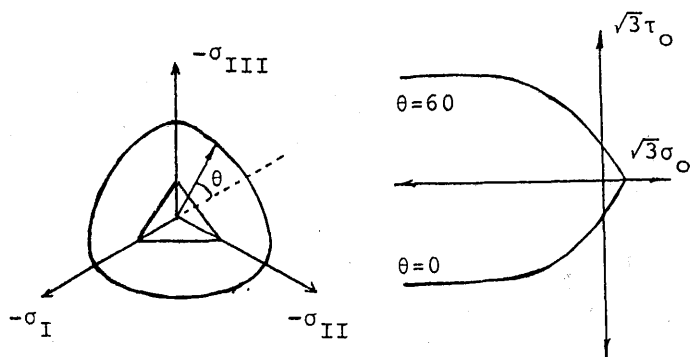


Fig. 2.- Secciones de la superficie de fallo del hormigón en el plano desviador y el plano de Rendulic.

Las ecuaciones de consistencia se obtienen tomando diferenciales en (19); e introduciendo (21):

$$a_{\tilde{p}}^T d\sigma = H'_p d\tilde{\epsilon}^p + \frac{\partial \sigma^p}{\partial T} dT \quad (22)$$

$$a_{\tilde{c}}^T d\sigma = H'_c d\tilde{\epsilon}^c + \frac{\partial \sigma^c}{\partial T} dT$$

Las manipulaciones para obtener la relación tensión-deformación parten de la consideración de (20) en (18), es decir,

$$d\sigma = D_{\tilde{p}} d\epsilon' - d_{\tilde{p}} d\tilde{\epsilon}^p - d_{\tilde{c}} d\tilde{\epsilon}^c \quad (23)$$

$$d_{\tilde{p}} = D_{\tilde{p}} a_{\tilde{p}} \quad d_{\tilde{c}} = D_{\tilde{c}} a_{\tilde{c}}$$

Premultiplicando (23) por $a_{\tilde{p}}^T$ y $a_{\tilde{c}}^T$ en sucesivas veces y comparando con (22) se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$(H'_p + a_{\tilde{p}}^T d_{\tilde{p}}) d\tilde{\epsilon}^p + a_{\tilde{p}}^T d_{\tilde{c}} d\tilde{\epsilon}^c = d_{\tilde{p}}^T d\epsilon' - \frac{\partial \sigma^p}{\partial T} dT$$

$$a_{\tilde{c}}^T d_{\tilde{p}} d\tilde{\epsilon}^p + (H'_c + a_{\tilde{c}}^T d_{\tilde{c}}) d\tilde{\epsilon}^c = d_{\tilde{c}}^T d\epsilon' - \frac{\partial \sigma^c}{\partial T} dT$$

que puede escribirse en forma matricial como:

$$([H'] + [a]{}^T [d]) [d\tilde{\epsilon}] = [d]{}^T d\epsilon' - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial T} dT \right] \quad (24)$$

donde:

$$[H'] = \begin{bmatrix} H'_p & 0 \\ 0 & H'_c \end{bmatrix} \quad [a] = \begin{bmatrix} a_{\tilde{p}} & a_{\tilde{c}} \end{bmatrix}$$

$$[d] = \begin{bmatrix} d_{\tilde{p}} & d_{\tilde{c}} \end{bmatrix}$$

$$[d\tilde{\epsilon}] = \begin{bmatrix} d\tilde{\epsilon}^p \\ d\tilde{\epsilon}^c \end{bmatrix} \quad \left[\frac{\partial \sigma}{\partial T} dT \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma^p}{\partial T} dT \\ \frac{\partial \sigma^c}{\partial T} dT \end{bmatrix} \quad (25)$$

Las deformaciones equivalentes se pueden despejar de (24) como

$$[d\tilde{\epsilon}] = ([H'] + [a]{}^T [d])^{-1} ([d]{}^T d\epsilon' - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial T} dT \right]) \quad (26)$$

Por último, introduciendo (25) en (23):

$$d\sigma = D_{\tilde{p}} d\epsilon' - [d] [d\tilde{\epsilon}]$$

y sustituyendo (26) se obtiene la relación buscada:

$$d\sigma = D_{\tilde{p}} d\epsilon' + [d] ([H'] + [a]{}^T [d])^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial T} dT \right] \quad (27)$$

donde:

$$D_{\tilde{p}} = D_{\tilde{p}} - [d] ([H'] + [a]{}^T [d])^{-1} [d]{}^T \quad (28)$$

Como se observa, las expresiones - (27) y (28) son parecidas a (14) y (15) si se incorporan los términos debidos al efecto de la temperatura.

De este modo la fisuración y la plasticidad se pueden producir simultáneamente en un punto como fenómenos acoplados mediante un modelo matemático que supone una generalización de la Teoría de la Plasticidad.

3. METODO DE RESOLUCION

El método numérico adoptado para la resolución del problema no lineal es una versión modificada del método de longitud de arco esférico propuesto por Crisfield [7].

El método de longitud de arco resulta muy adecuado para la resolución de problemas no lineales como la fisuración por su capacidad de trazar puntos límites (fig. 3) con gran ventaja sobre otros métodos, así como la facilidad con la que permite la implementación de un tamaño del incremento automático.

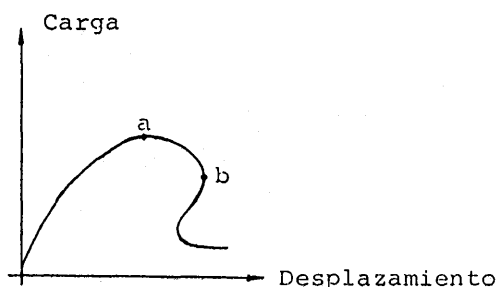


Fig. 3.- Curva de carga con puntos límites. a) rebote hacia delante. b) rebote hacia atrás.

Dicho método pertenece a una familia de métodos que iteran entre dos puntos de equilibrio utilizando un nivel de

carga variable y necesitando por tanto una ecuación de vínculo adicional para esta nueva incógnita.

Se considera el vector de cargas residuales:

$$\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{u}, \underset{\sim}{\lambda}) = \underset{\sim}{\lambda} \underset{\sim}{q} - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{u}) \quad (29)$$

donde:

$\underset{\sim}{u}$ = vector de desplazamientos

$\underset{\sim}{\lambda}$ = nivel de carga (carga proporcional).

$\underset{\sim}{q}$ = vector de cargas de referencia

$\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{u})$ = vector de fuerzas internas

y la corrección del vector de desplazamientos entre dos iteraciones es dada por:

$$\delta \underset{\sim}{u}(\underset{\sim}{u}, \underset{\sim}{\lambda}) = \underset{\sim}{K}^{-1}(\underset{\sim}{u}) \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{u}, \underset{\sim}{\lambda}) \quad (30)$$

siendo $\underset{\sim}{K}$ la matriz de rigidez tangente que puede ser calculada en cada iteración (Newton-Raphson) o en el punto inicial del paso (Newton-Raphson modificado).

Como ecuación adicional de vínculo es utilizada la esfera propuesta por - Crisfield:

$$\Delta \underset{\sim}{u}_i^T \Delta \underset{\sim}{u}_i = \Delta l^2 \quad (31)$$

donde el radio Δl representa la longitud de arco en la curva de carga que es prefijada para el paso o incremento, normalmente en función del número de iteraciones deseado [8].

Para el desarrollo del método se utilizará la siguiente notación:

$\underset{\sim}{u}_{i-1}, \underset{\sim}{\lambda}_{i-1}$ = vector de desplazamientos y nivel de carga en la última iteración del paso anterior.

$\underset{\sim}{u}_i, \underset{\sim}{\lambda}_i$ = las mismas magnitudes en la iteración i .

$\Delta \underset{\sim}{u}_i, \Delta \underset{\sim}{\lambda}_i$ = incrementos en la iteración i .

$\delta \underset{\sim}{u}_i, \delta \underset{\sim}{\lambda}_i$ = correcciones en la iteración i .

y se entenderá que:

$$\underset{\sim}{u}_i = \underset{\sim}{u}_{i-1} + \Delta \underset{\sim}{u}_i \quad \underset{\sim}{\lambda}_i = \underset{\sim}{\lambda}_{i-1} + \Delta \underset{\sim}{\lambda}_i$$

$i=1, 2, \dots$

$$\Delta \underset{\sim}{u}_i = \Delta \underset{\sim}{u}_{i-1} + \delta \underset{\sim}{u}_i \quad \Delta \underset{\sim}{\lambda}_i = \Delta \underset{\sim}{\lambda}_{i-1} + \delta \underset{\sim}{\lambda}_i$$

(32)

Suponiendo que al final de la última iteración del paso anterior el equilibrio era perfecto, esto es,

$$\underset{\sim}{\lambda}_{i-1} \underset{\sim}{q} - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{u}_{i-1}) = 0$$

el incremento iterativo inicial del paso puede ser calculado utilizando (30) en la forma:

$$\Delta \underset{\sim}{u}_0 = \underset{\sim}{K}_{i-1}^{-1} (\underset{\sim}{\lambda}_{i-1} \underset{\sim}{q} - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{u}_{i-1})) = \Delta \underset{\sim}{\lambda}_0 \delta \underset{\sim}{u}_0^* \quad (33)$$

donde:

$$\delta \underset{\sim}{u}_0^* = \underset{\sim}{K}_{i-1}^{-1} \underset{\sim}{q}$$

y $\Delta \underset{\sim}{\lambda}_0$ puede ser obtenido sustituyendo - (33) en (31):

$$\Delta \underset{\sim}{\lambda}_0 = \pm \frac{\Delta l}{\sqrt{\delta \underset{\sim}{u}_0^{*T} \delta \underset{\sim}{u}_0^*}}$$

para lo cual se utilizará el signo del producto $\delta \underset{\sim}{u}_0^{*T} \underset{\sim}{q}$.

Los siguientes incrementos iterativos son calculados utilizando procedimientos distintos a los propuestos por - Crisfield:

Primero, el nivel de carga es corregido de manera que se haga mínima la norma del vector de fuerzas residuales:

$$\frac{d}{d \underset{\sim}{\lambda}_i} \left[\underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{u}_{i-1}, \underset{\sim}{\lambda}_i)^T \underset{\sim}{g}(\underset{\sim}{u}_{i-1}, \underset{\sim}{\lambda}_i) \right] = 0 \quad (34)$$

y sustituyendo (29) en (34):

$$\underset{\sim}{\lambda}_i = \frac{\underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{u}_{i-1})^T \underset{\sim}{q}}{\underset{\sim}{q}^T \underset{\sim}{q}} \quad (35)$$

Segundo, un incremento del vector de desplazamientos de prueba es construido en la forma:

$$\Delta \underset{\sim}{u}_i = \Delta \underset{\sim}{u}_{i-1} + \delta \underset{\sim}{u}_i \quad (36)$$

donde:

$$\delta \underset{\sim}{u}_i = - \underset{\sim}{K}_{i-1}^{-1} \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{u}_{i-1}) \quad (37)$$

Y tercero, el verdadero incremento del desplazamiento en la iteración es calculado como:

$$\Delta \underset{\sim}{u}_i = \gamma \Delta \underset{\sim}{u}_i \quad (38)$$

obteniéndose el escalar γ al sustituir (38) en (31), esto es,

$$\gamma = \frac{\Delta l}{\sqrt{\Delta \underset{\sim}{u}_i^T \Delta \underset{\sim}{u}_i}}$$

de manera que la ecuación de vínculo esférico queda satisfecha a través de un retorno radial de $\Delta \hat{u}_i$.

Esta versión del método de longitud de arco tiene la ventaja sobre la propuesta por Crisfield de dar siempre una solución en cada iteración, es decir, no presenta el problema de la "no existencia de soluciones" en algunos casos de no linealidad material, según menciona dicho autor respecto a su método [8].

En la figura 4 existe una interpretación geométrica de las expresiones (31), (36) y (38) para un problema de dos grados de libertad.

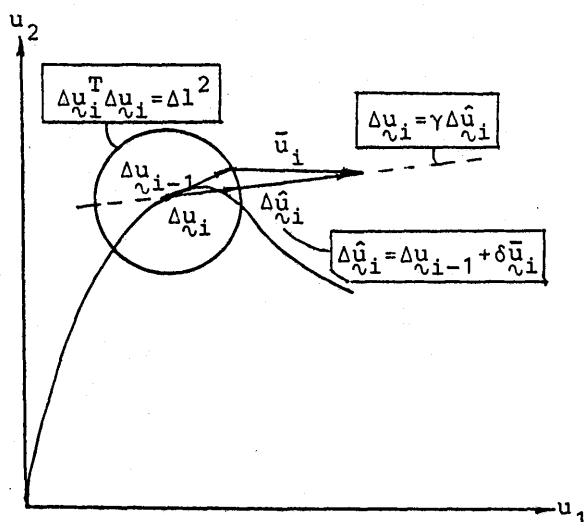


Fig. 4.- Interpretación geométrica del método.

Sin embargo, en algunos casos, existe un problema específico de esta versión del método que consiste en una vuelta atrás dentro de la curva de carga. La solución consiste en la sustitución de la ecuación (36) por:

$$\Delta \hat{u}_i = \Delta u_{i-1} + \alpha \delta \hat{u}_i$$

donde α se elige de manera que:

$$0 < \alpha \leq 1$$

$$\cos(\Delta \hat{u}_i, \Delta u_{i-1}) \geq c$$

siendo c una constante cuyo valor más adecuado se ha obtenido experimentalmente (0,8 ó 0,9).

La generalización de este método para el caso de la aplicación sucesiva de varias combinaciones de carga y la dependencia de las fuerzas internas respecto al nivel de carga (carga de temperatura) puede hallarse en [1].

4. EJEMPLOS DE APLICACION

El modelo de comportamiento propuesto, junto con la versión modificada del método de longitud de arco han sido implementados en un programa de ordenador para estructuras axisimétricas de hormigón. Dicho programa ha permitido la resolución de algunos ejemplos.

El primer ejemplo se refiere al estudio de la propagación de la fisuración radial en un cilindro de pared gruesa de hormigón sometido a presión interna. Se trata de un caso analizado por Argyris y otros [9], cuya geometría y características aparecen en la figura 5, junto con la malla de elementos finitos empleada por dichos autores.

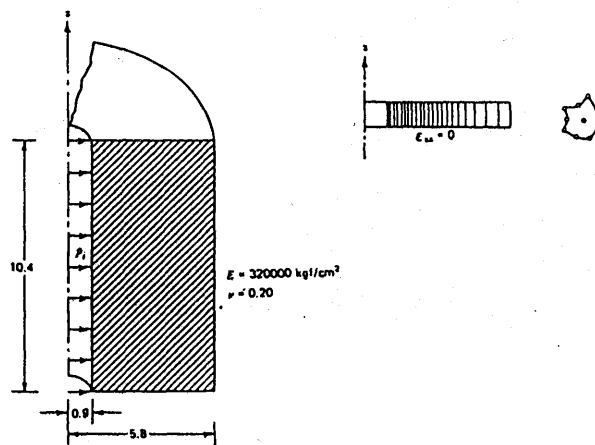


Fig. 5.- Cilindro de pared gruesa sometido a presión interna. Argyris [9].

En el análisis realizado por Argyris y sus colaboradores se empleó un modelo elástico con un criterio de fallo del tipo Mohr-Coulomb truncado en la zona de tracción para $f_t = 44 \text{ Kgf/cm}^2$. La figura 6 muestra las curvas de carga obtenidas para dos casos límite de comportamiento (modelo dúctil y modelo frágil), así como otro intermedio (caída hasta $f_t = 22 \text{ Kgf/cm}^2$), que da lugar a una carga de rotura que coincide con la obtenida experimentalmente $p_{ult} = 141 \text{ Kgf/cm}^2$.

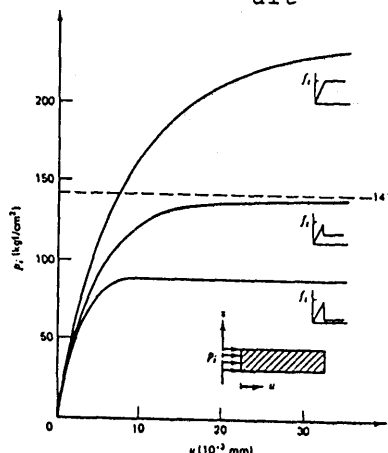


Fig. 6.- Resultados de Argyris [9].

El mismo análisis fue realizado con el modelo aquí propuesto, para lo cual - se introdujo la malla de la figura 7 en el citado programa. Respecto a las características del material, se tomó un diagrama tensión-deformación de fisura - (fig. 1), con forma triangular y valores de la energía de fractura de $G_f = 0,075$; $0,118$ y $0,225$ Kgf/cm.

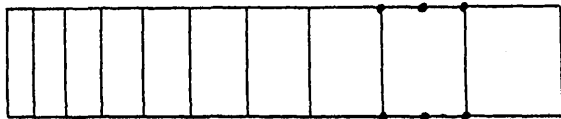


Fig. 7.- Malla utilizada con el presente programa.

En la figura 8 aparecen las curvas de carga obtenidas con dichos valores de G_f . La curva intermedia fue obtenida por tanteo para ajustar el valor experimental de la presión de rotura. La principal diferencia de estas curvas con las que aparecen en la figura 7 estriba en la existencia de una rama descendente en las primeras que no puede obtenerse con un método de nivel de carga constante - dentro de cada incremento como el empleado por Argyris en las segundas.

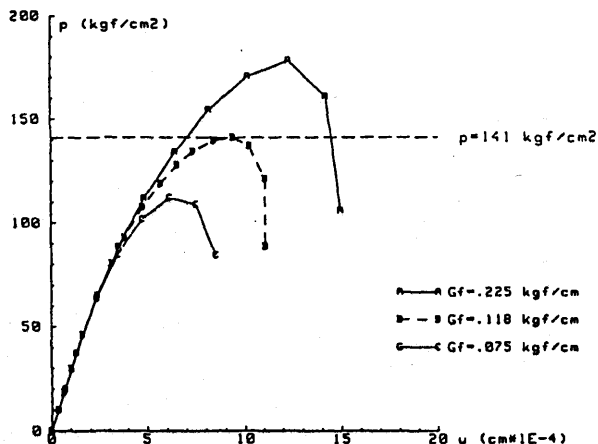


Fig. 8.- Resultados obtenidos con el presente programa.

En todo caso sigue existiendo el problema de la falta de información detallada del comportamiento post-fisura, - siendo en este ejemplo una fuente de gran variabilidad en los resultados.

En la figura 9 se recoge nuevamente la curva obtenida para $G_f = 0,118$ Kgf/cm, indicando la profundidad de la fisuración radial en algunos estados.

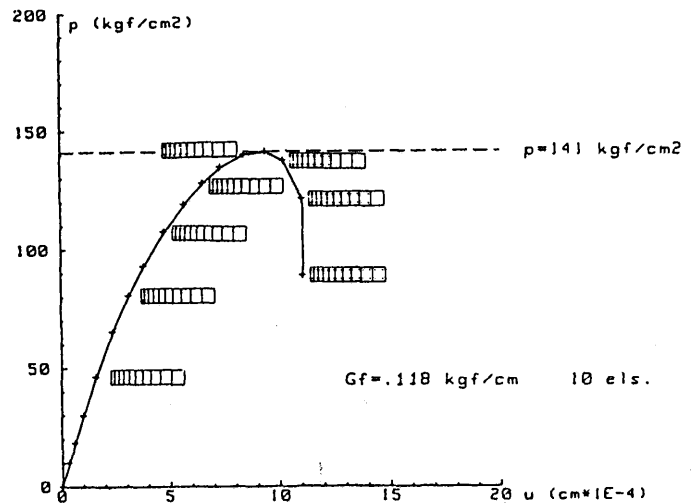


Fig. 9.- Propagación de la fisuración radial.

El segundo ejemplo se refiere a una estructura de mayor complejidad. Se trata de una tapa de reactor pretensada y sometida a presión interna (fig. 10). - Las características y los resultados experimentales fueron tomados de Campbell-Allen and Low [10].

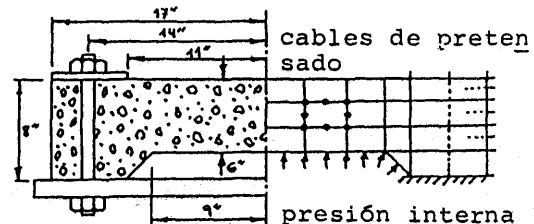


Fig. 10.- Tapa de reactor sometida a presión interna.

Este problema no pudo ser resuelto con la versión conocida del método de - longitud de arco [7] poco más allá de la zona lineal. En la figura 11, sin embargo, se muestra la solución obtenida con la versión del método aquí presentada - junto a los resultados experimentales. Se puede observar que la solución analítica obtenida con el modelo de comportamiento propuesto presenta una gran abundancia - de afilados puntos límite que explican - las dificultades de integración.

Respecto a las discrepancias con la curva experimental, deben achacarse a un desconocimiento del parámetro G_f real, - así como la forma del diagrama tensión-deformación de fisura. Por otro lado dicha curva experimental ha de considerarse que corresponde a un único ensayo.

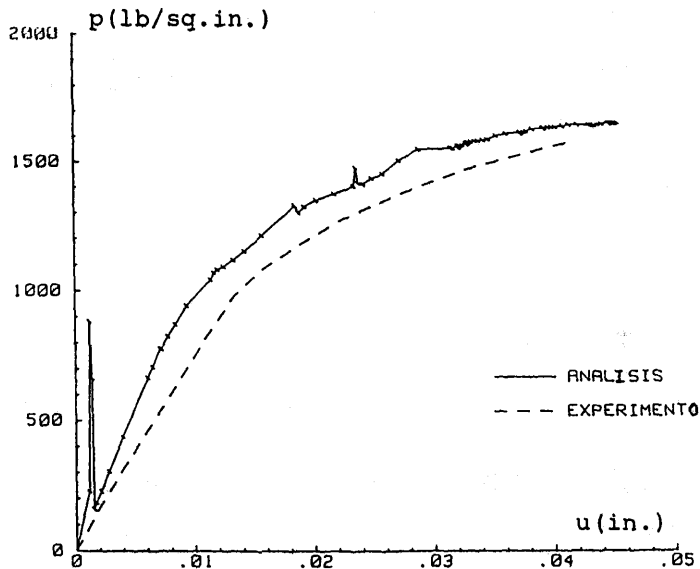


Fig. 11.- Resultados para la tapa de reactor analizada.

5. CONCLUSIONES

Respecto al modelo propuesto para el comportamiento mecánico del hormigón, las ventajas que presenta son:

- Tratamiento de la fisuración mediante un modelo matemático ya experimentado en mecánica de los medios continuos, cual es la Teoría de la Plasticidad.
- No registro de los planos de formación de fisuras, obteniendo una economía en el cálculo y una mejor aproximación a la realidad experimental, en la que la dirección definitiva de las macrofisuras no coincide con la dirección inicial de la microfisuración.
- No consideración directa de la resistencia a cortante de la fisura, con lo que se elimina un parámetro cuyo valor es difícil de obtener.
- Facilidad de combinación del fenómeno de fisuración con otros aspectos del comportamiento material, como la plasticidad propiamente dicha y los efectos térmicos.

Respecto a la nueva versión del método de longitud de arco para resolución de problemas no lineales en general, resulta especialmente adecuada para los

problemas en los cuales hay un fuerte comportamiento no lineal en el material que conduce al problema de "no existencia de soluciones" en la versión standard del método de longitud de arco.

6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el marco del proyecto de investigación "Métodos para calcular la seguridad de estructuras en centrales nucleares", subvencionado por la extinta C.A.Y.C.I.T.

7. BIBLIOGRAFIA

1. Molina, J. "Seguridad de edificios de contención de hormigón armado y pretensado". Tesis Doctoral U.P.M. (1987).
2. Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M.A., Blaawengraad, J. "Smeared crack approach and fracture localization in concrete". Heron, Vol. 30, No 1 (1985).
3. Reinhardt, H.W., Cornelissen, H.A.W., Hordijk, D.A. "Tensile test and failure analysis of concrete". ASCE. Journal. Struct. Eng., Vol 112, No 11 (1986).
4. Chen, W.F. "Plasticity in reinforced concrete". McGraw-Hill (1982).
5. Owen, D.R.J., Hinton, E. "Finite element in plasticity". Pineridge Press (1980).
6. De Borst, R., Vermeer, P.A. "Non-associated plasticity for soils, concrete and rock". Heron, Vol 29 (1984).
7. Crisfield, M.A. "A fast incremental iterative solution procedure that handles snap through". Comp. & Structures, Vol 13, p 55 (1981).
8. Crisfield, M.A. "Overcoming limit points with material softening and strain localization". Numerical Methods for Non-Linear Problems. Pineridge Press. P. 244 (1984).
9. Argyris, J.H., Faust, G., Szimmat, J., Waruke, E.P., Willan, K.J. "Recent developments in the finite element analysis of prestressed concrete reactor vessels". Nuclear Engineering and Design. 28, p 42 (1974).
10. Campbell-Allen, D., Low, E., W., E. "Pressure test on end slabs for prestressed concrete pressure vessels". Nuclear Engineering & Design, Vol. 6, p. 345 (1967).